Corrigé

1. Il y a 5 choix pour le premier rotor, 4 pour le deuxième et 3 pour le troisième soit $5 \times 4 \times 3 = 60$ choix de rotors possibles.

2. Puisque chaque rotor à 26 positions différentes, le nombre de positions du triplet de rotors est $26^3 = 17\,576$.

3. a. On a $\dbinom{26}{6} = 230\,230$ manières de choisir 6 lettres inchangées parmi 26.

   b. Pour réaliser le premier câblage, on choisit deux lettres parmi 20 restantes, soit $\dbinom{20}{2}$. Pour le deuxième, on a $\dbinom{18}{2}$ possibilités, puis $\dbinom{16}{2}$ et ainsi de suite. Or, $\dbinom{20}{2} \times \dbinom{18}{2} \times \dbinom{16}{2} \times \ldots \times \dbinom{2}{2} = \dfrac{20!}{2!18!} \times \dfrac{18!}{2!16!} \times \dfrac{16!}{2!14!} \times \ldots \times \dfrac{2!}{2!0!}$ $= \dfrac{20!}{2^{10}}$. Puisque l'ordre des câblages n'a pas d'importance, il faut encore diviser par 10! pour obtenir le nombre de câblages différents. En effet, pour choisir un câble, on a 10 choix pour le premier, 9 pour le deuxième et ainsi de suite. Le nombre de câblages est donc $\dfrac{20!}{10! \times 2^{10}} = 654\,729\,075$.

4. Le nombre de configurations de la machine Enigma est donc $60 \times 17\,576 \times 230\,230 \times 654\,729\,075$ soit $158\,962\,555\,217\,826\,360\,000$, ou environ $1,59 \times 10^{20}$.